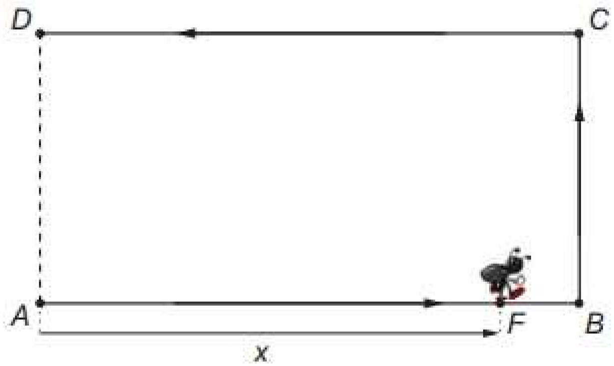
<u>Tarefa de casa 1</u> (Prova OBMEP 2014 – 2ª Fase – N3 – Questão 2)

Uma formiga anda sobre o contorno de um retângulo $ABCD$. Ela parte do ponto A, anda 20 centímetros até chegar em B, depois anda mais 10 centímetros até chegar em C e finaliza seu trajeto em D. Após andar x centímetros, a formiga está em um ponto F do contorno.



a) Quantos centímetros a formiga anda em seu trajeto de A até D?

b) Calcule a área do triângulo ADF quando $x = 22$ centímetros.

c) Qual é a maior área possível para um triângulo ADF?

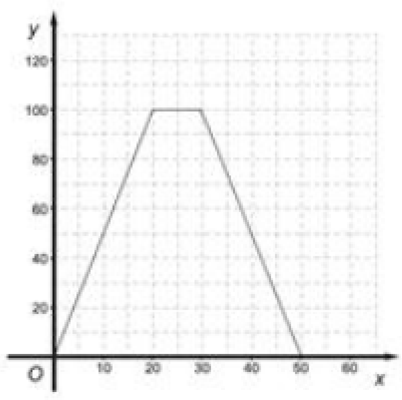
d) Esboce, no plano cartesiano Oxy, o gráfico da função que associa ao comprimento x o valor da área do triângulo ADF.

a) A formiga anda $20 + 10 + 20 = 50$ cm até chegar em D.

b) Quando $x = 22$ centímetros, ela está no ponto F do segmento de reta BC que dista 2 cm do ponto B. Podemos considerar o segmento de reta AD, com medida 10 cm, a base do triângulo ADF e sua altura será a distância do ponto F à base AD, distância esta igual a 20 cm. Portanto, a área do triângulo será $\frac{10 \cdot 20}{2} = 100$ cm^2.

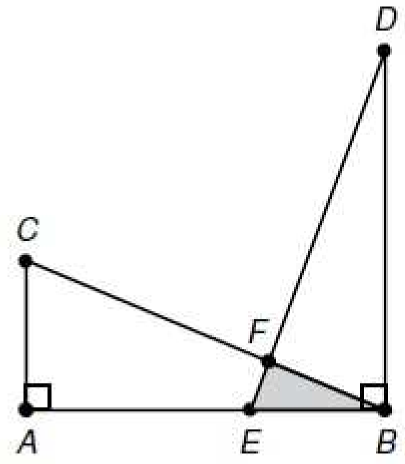
c) Considerando sempre o segmento de reta AD, com medida 10 cm, como sendo a base do triângulo, sua área variará com a altura e será máxima quando a altura for máxima, ou seja, quando a altura for 20 cm. O cálculo acima nos dá a área máxima igual a 100 cm^2.

d) Quando o ponto F varia no lado AB, $0 \leq x \leq 20$ e o valor da área do triângulo ADF será $\frac{100x}{2} = 5x$. A área será constante e igual a 100 cm^2 quando $20 \leq x \leq 30$. Para $30 \leq x \leq 50$, a expressão para a área será $\frac{10 \cdot (50 - x)}{2} = -5x + 250$. O gráfico pedido será o da figura abaixo.



<u>Tarefa de casa 2</u> (Prova OBMEP 2009 – 2ª Fase – N3 – Questão 3 – itens a e b)

Na figura, os triângulos ABC e BDE são congruentes e os ângulos $\angle BAC$ e $\angle DBE$ são retos.

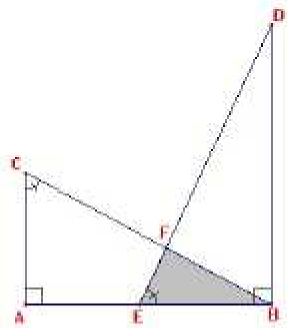


a) Ache a razão entre a área do triângulo BDF e a área do quadrilátero $AEFC$.

b) Determine a medida do ângulo $\angle BFE$.

a) Como os triângulos ABC e BDE são congruentes, temos

$$\text{área de } ABC = \text{área de } BDE$$



Donde

$$\text{área de } AEFC = \text{área de } ABC - \text{área de } BFE = \text{área de } BDE - \text{área de } BFE = \text{área de } BDF.$$

Logo $\text{área de } AEFC = \text{área de } BDE$ e a razão pedida é

$$\frac{\text{área de } BDF}{\text{área de } AEFC} = 1.$$

b) Como os triângulos ABC e BDE são congruentes, temos $\angle DEB = \angle BCA$, donde

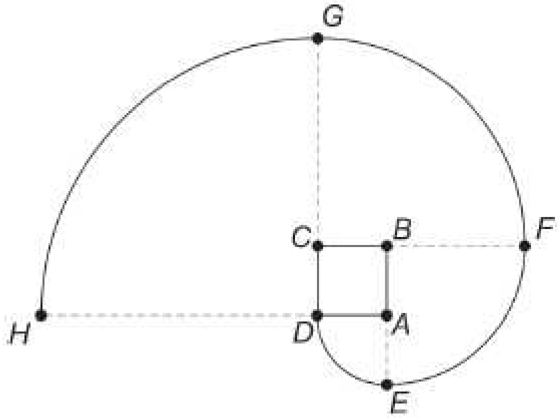
$$\angle DEB + \angle ABC = \angle BCA + \angle ABC = 90°.$$

Assim,

$$\angle BFE = 180° - (\angle DEB + \angle ABC) = 180° - 90° = 90°.$$

<u>Tarefa de casa 3</u> (Prova OBMEP 2008 – 1ª fase – N3 – Questão 5)

A figura mostra um quadrado $ABCD$ de lado 1 cm e arcos de circunferência DE, EF, FG e GH com centros A, B, C e D, respectivamente. Qual é a soma dos comprimentos desses arcos?



O comprimento de uma circunferência de raio r é $2\pi r$; um arco de um quarto dessa circunferência tem então comprimento $\frac{2\pi r}{4} = \frac{\pi r}{2}$. Os raios das circunferências cujos arcos estão sendo considerados no problema são 1 cm, 2 cm, 3 cm e 4 cm. A soma dos comprimentos desses arcos é então

$$\frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{2} + \frac{3\pi}{2} + \frac{4\pi}{2} = \frac{10\pi}{2} = 5\pi.$$