

**Exercício 1:**

Use o algoritmo de Euclides para calcular  $\text{mdc}(372,162)$ , e use-o para escrever  $\text{mdc}(372,162) = 372x + 162y$ , para algum inteiro  $x$  e algum inteiro  $y$ .

(Obs.: o procedimento usado para expressar  $\text{mdc}(372,162)$  como  $\text{mdc}(372,162) = 372x + 162y$  pode ser realizado de maneira análoga para quaisquer dois inteiros não ambos nulos  $a$  e  $b$  de forma que, dados inteiros  $a$  e  $b$  não ambos nulo, existem inteiros  $x$  e  $y$  tais que  $\text{mdc}(a, b) = ax + by$ . Esta igualdade é conhecida como *Relação de Bézout*).

**Exercício 2:**

Sejam  $a$ ,  $b$  e  $c$  número inteiros tais que  $a$  divide  $bc$  e  $\text{mdc}(a, b) = 1$ . Prove que  $a$  divide  $c$ .

(Dica: Use a relação de Bézout).

**Exercício 3 (Questão 15 – Banco de Questões da OBMEP – Nível 3 – 2010):**

Qual é o menor número inteiro positivo  $N$  tal que  $N/3$ ,  $N/4$ ,  $N/5$ ,  $N/6$  e  $N/7$  sejam todos números inteiros?

**Exercício 4 (Problema SJ3.9 – Círculo Matemático de Moscou):**

Considere todos os inteiros com nove algarismos distintos (em base decimal), todos diferentes de 0. Encontre o  $\text{mdc}$  de todos eles.

**Exercício 5 (Problema 53 – Capítulo 3 – Seção 4 – Círculos Matemáticos – A Experiência Russa):**

Encontre o  $\text{mdc}$  dos números  $2n + 13$  e  $n + 7$ .

**Exercício 6 (Problema 54 – Capítulo 3 – Seção 4 – Círculos Matemáticos – A Experiência Russa):**

Prove que a fração  $\frac{12n+1}{30n+2}$  é irredutível para qualquer inteiro  $n$ .

**Exercício 7:**

Encontre todos os pares ordenados  $(a, b)$ , com  $a$  e  $b$  inteiros positivos, tais que  $\text{mdc}(a, b) = 15$  e  $\text{mmc}(a, b) = 150$ .

**Exercício 8 (Problema 16.2 – Círculos de Matemática da OBMEP – Modificada):**

Em 2018 foi realizada a edição 40 da OBM, e  $\text{mdc}(2018, 40) = 2$ . Supondo que a OBM sempre será realizada todo ano, qual é o maior valor possível para o  $\text{mdc}$  do ano e da edição da OBM realizada no ano?

**Exercício 9 (Problema 16.4 – Círculos de Matemática da OBMEP):**

O  $\text{mmc}$  de 12, 15, 20 e  $k$  é 420. Qual é o menor valor inteiro positivo de  $k$ ?

**Exercício 10 (Problema 16.5 – Círculos de Matemática da OBMEP):**

Senhor Namm assou 252 biscoitos, senhora Clancy assou 105 biscoitos e senhor Palavas assou 168 biscoitos. Cada um deles colocou os biscoitos em pacotes com o mesmo número de biscoitos. Qual é o maior número de biscoitos que um pacote poderia ter?

**Exercício 11 (Problema 16.7 – Círculos de Matemática da OBMEP):**

Carlinhos escreve números inteiros positivos diferentes e menores do que 1000 em várias bolas e coloca-as numa caixa, de modo que Mariazinha possa pegar ao acaso duas dessas bolas. Quantas bolas no máximo Carlinhos irá colocar na caixa se os números das duas bolas deverão ter um divisor comum maior do que 1?

**Exercício 12 (Problema 16.9 – Círculos de Matemática da OBMEP):**

Qual é o maior valor possível do *mdc* de dois números distintos pertencentes ao conjunto  $1, 2, 3, \dots, 2011$ ?