

Exercício 1:

Coloque algarismos no lugar dos asteriscos de modo que o número $32 * 35717 *$ seja divisível por 8 e por 9.

Exercício 2:

Foi cortado um buraco quadrado ao longo das retas impressas em um pedaço de papel quadriculado quadrado. O resto do papel quadriculado pode ter exatamente

- a) nove quadrados?
- b) dez quadrados?

Exercício 3:

Os números $1, 2, \dots, 10$ estão escritos no quadro. Dois números quaisquer a e b podem ser apagados e substituídos pelo número $a-b$. Depois desse processo ser repetido diversas vezes, pode acontecer do único número restante no quadro ser zero?

Exercício 4:

Calcule o resto da divisão de 2^{10000} por 3.

Exercício 5 (Questão 2 – Lista 5 – Banco de Questões da OBMEP – Nível 3 – 2007):

Uma loja distribuiu 9999 cartões entre os seus clientes. Cada um dos cartões possui um número de 4 algarismos, entre 0001 e 9999 (está se admitindo, por exemplo, que os número 0001 ou 0023 ou 0234 têm 4 algarismos, ou seja, algarismos zero à esquerda são considerados). Se a soma dos primeiros 2 algarismos for igual à soma dos 2 últimos, o cartão é premiado. Por exemplo, o cartão 0743 é premiado. Prove que a soma dos números de todos os cartões premiados é divisível por 101.

Exercício 6 (Questão 1 – Lista 2 – Banco de Questões da OBMEP – Nível 3 – 2008):

Quantos zeros existem no final do número $9^{2007} + 1$?

Exercício 7 (Questão 20 – Prova da 1ª Fase da OBMEP – Nível 3 – 2006):

O número $abcde$ tem cinco algarismos distintos e diferentes de zero, cada um deles representado por uma das letras a, b, c, d, e . Multiplicando-se este número por 4, obtém-se número de cinco algarismos $edcba$. Qual é o valor de $a + b + c + d + e$?

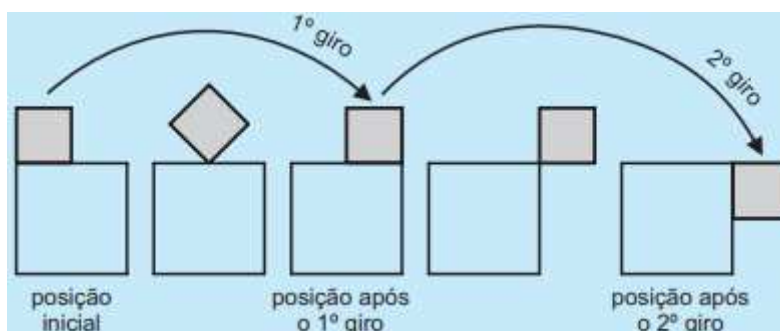
Exercício 8 (Questão 15 – Prova da 1ª Fase da OBMEP – Nível 3 – 2007):

O *contrário* de um número de dois algarismos, ambos diferentes de zero, é o número obtido trocando-se a ordem de seus algarismos. Por exemplo, o contrário de 25 é 52 e o contrário de 79 é 97. Qual dos números abaixo não é soma de um número de dois algarismos com seu contrário?

- A) 44
- B) 99
- C) 121
- D) 165
- E) 181

Exercício 9 (Questão 1 – Prova da 1ª Fase da OBMEP – Nível 3 – 2012):

Um quadrado de lado 1 cm roda em torno de um quadrado de lado 2 cm, como na figura abaixo, partindo da posição inicial e completando um giro cada vez que um de seus lados fica apoiado em um lado do quadrado maior. Como ficaria a figura que representa a posição dos dois quadrados após o 2012º giro?



Exercício 10 (Questão 8 – Prova da 1ª Fase da OBMEP – Nível 3 – 2013):

Marcos fez cinco provas de Matemática. Suas notas, em ordem crescente, foram 75, 80, 84, 86 e 95. Ao digitar as notas de Marcos na ordem em que as provas foram realizadas, o professor notou que as médias das duas primeiras provas, das três primeiras, das quatro primeiras e das cinco provas eram números inteiros. Qual foi a nota que Marcos tirou na última prova?

Exercício 11 (Questão 11 – Prova da 1ª Fase da OBMEP – Nível 3 – 2015):

Uma sequência de números é definida por $a_1 = 3$ e $a_{n+1} = a_n + a_n^2$, para todo número natural $n \geq 1$. Por exemplo, $a_2 = a_1 + a_1^2 = 3 + 3^2 = 12$. Qual é o algarismo das unidades de a_{2015} ?

Exercício 12 (Questão 6 – Prova da 1ª Fase da OBMEP – Nível 3 – 2017):

Somando 1 a um certo número natural, obtemos um múltiplo de 11. Subtraindo 1 desse mesmo número, obtemos um múltiplo de 8. Qual é o resto da divisão do quadrado desse número por 88?