Aluno: ____

Professora: Fabiana Rodrigues

Exercício 1:

Para compor a tripulação de um avião, dispomos de 20 pilotos, 4 copilotos, 3 comissárias e 5 comissários de bordo. Sabendo que em cada voo vão 2 comissárias, 2 comissários, 1 piloto e 2 copilotos, de quantos modos pode ser escolhida a tripulação?

Para escolher a tripulação de um voo, há $C_3^2 = 3$ maneiras de escolher as comissárias, $C_5^2 = 10$ maneiras de escolher os comissários, $C_4^2 = 6$ maneiras de escolher os copilotos e 20 maneiras de escolher o piloto. Assim, pelo Princípio Multiplicativo, há $3 \times 10 \times 6 \times 20 = 3600$ modos de escolher a tripulação.

Exercício 2:

Tenho 6 livros diferentes de Português e 6 livros diferentes de Matemática. Quero colocar 4 livros de Português e 3 de Matemática na prateleira de uma estante. De quantas maneiras posso fazer isso, de modo que livros da mesma matéria fiquem juntos?

Há $C_6^4 = 15$ maneiras de escolher 4 livros dentre os 6 livros de Português. Uma vez escolhidos os 4 livros de Português, há $4! = 24$ maneiras de dispô-los na prateleira. Em seguida, escolhemos 3 livros dentre os 6 de Matemática, o que pode ser feito de $C_6^3 = 20$. Uma vez escolhidos os 3 livros de Português, há $3! = 6$ maneiras de dispô-los na prateleira. Como os livros de Português podem estar dispostas à esquerda ou à direita dos de Matemática, então o número de maneiras de dispor todos os 7 livros na prateleira é igual a $15 \times 24 \times 20 \times 6 \times 2 = 86400$.

Exercício 3:

Uma prova tem 10 questões de múltipla escolha. Cada questão certa vale 1 ponto e cada questão errada vale zero ponto. De quantos modos é possível tirar nota 7 nessa prova?

Cada maneira de tirar nota 7 na prova corresponde, de maneira única, a uma sequência de 10 dígitos, sendo 3 dígitos iguais a 0 e 7 dígitos iguais a 1. O i-ésimo dígito na sequência corresponde a ter acertado ou não a i-ésima questão da prova. Assim, o número de maneiras de tirar nota 7 na prova é igual ao número de tais sequências, que é igual a $P_{10}^{3,7} = \frac{10!}{3! \cdot 7!} = 120$.

Exercício 4:

Maria deve criar uma senha de 4 dígitos para sua conta bancária. Nessa senha, somente os algarismos $1, 2, 3, 4, 5$ podem ser usados e um mesmo algarismo pode aparecer mais de uma vez. Contudo, supersticiosa, Maria não quer que sua senha contenha o número 13, isto é, o algarismo 1 seguido imediatamente pelo algarismo 3. De quantas maneiras distintas ela pode escolher sua senha?

Sem a restrição de a senha conter o número 13, haveria $5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$ escolhas para a senha, uma vez que para cada um dos 4 dígitos há 5 escolhas possíveis. Porém, devem ser excluídas senhas do tipo $13XX$, $X13X$ e $XX13$. Existem $5 \times 5 = 25$ escolhas para cada um desses três tipos de senha, uma vez que para cada um dos 2 dígitos representados por X há 5 escolhas possíveis. Assim, o número de maneiras distintas de Maria escolher sua senha seria $625 - 3 \times 25 = 550$. No entanto, na contagem das senhas do tipo $13XX$ e $XX13$, a senha 1313 foi considerada duas vezes. Assim, a resposta é $550 - 1 = 549$.

Exercício 5 (Questão 2 – Banco de Questões da OBMEP – Nível 3 – 2013):
Os ciclistas têm aversão ao número zero (porque é oval) e ao número oito (porque assim ficam as rodas após os acidentes). Quantos sócios podem se inscrever num clube de ciclistas se cada um deve possuir uma identificação de três dígitos, sem usar o dígito zero nem o dígito oito?

Já que os ciclistas não usam o dígito 0 e nem o 8, restam os dígitos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 e 9. Assim, há 8 possibilidades para a escolha de cada dígito. Temos que escolher números de três dígitos. Logo, temos 8 opções para o primeiro dígito, 8 opções para o segundo dígito e 8 opções para o terceiro dígito. Daí, pelo Princípio Multiplicativo, conclui-se que no máximo $8 \times 8 \times 8 = 512$ sócios podem se inscrever.

Exercício 6 (Questão 87 – Banco de Questões da OBMEP – Nível 3 – 2010):
Em um táxi, um passageiro pode se sentar na frente e três passageiros atrás. De quantas maneiras podem se sentar quatro passageiros de um taxi se um desses passageiros quiser ficar na janela?

O passageiro que quer ficar na janela tem três possíveis lugares para se sentar, o seguinte pode se sentar em qualquer lugar livre, tendo, portanto, três possíveis lugares; o seguinte tem dois possíveis lugares e o último não tem escolha. Assim, o número dessas formas de se sentar é $3 \times 3 \times 2 = 18$.