

Exercício 1:

Dado o par de primos p e $8p^2 + 1$, encontre p .

(Dica: Analise os possíveis restos da divisão euclidiana de p por 3).

Exercício 2:

Joana comprou 130 salgadinhos de presunto e 540 quibes para levar a uma festa. Na lanchonete, um dos funcionários decidiu embalar os salgadinhos sem misturá-los. Cada embalagem tinha a mesma quantidade de salgadinhos e, para economizar, o funcionário usou a menor quantidade de embalagens.

- Quantos salgadinhos havia em cada embalagem?
- Com quantas embalagens Joana chegou à festa?

Exercício 3:

Em 1982 ocorreu uma conjunção entre os planetas Júpiter e Saturno, o que significa que podiam ser vistos bem próximos um do outro quando avistados da Terra. Se Júpiter e Saturno dão uma volta completa ao redor do Sol aproximadamente a cada 12 e 30 anos, respectivamente, em qual dos anos seguintes ambos estiveram em conjunção no céu da Terra?

- 1840
- 1852
- 1864
- 1922
- 1960

Exercício 4:

A soma de dois números primos positivos a e b é 34 e a soma dos números primos positivos a e c é 33. Qual é o valor de $a + b + c$?

Exercício 5:

Senhor Namm assou 252 biscoitos, senhora Clancy assou 105 biscoitos e senhor Palavras assou 168 biscoitos. Cada um deles colocou os biscoitos em pacotes com o mesmo número de biscoitos. Qual é o maior número de biscoitos que um pacote poderia ter?

Exercício 6:

Esmeralda fez a lição de casa, mas o cachorro dela, Totopázio, rasgou a folha que ela deveria entregar. A lição de casa de Esmeralda pedia para dividir números de cinco algarismos por números de três algarismos. Um dos pedaços rasgados está exibido abaixo, com algumas partes borradas.

8 6 4 3 2	2 2 3	[shaded] 1
- 6 6 9	3 8 7	- 6 9 0
1 9 5 3		[shaded]
- 1 7 8 4		- 2 4 1 5
1 6 9 2		[shaded]
- 1 5 6 1		- 2 0 7 0
0 1 3 1		0 0 0 1

- a) Calcule $\text{mdc}(690, 2415, 2070)$.
- b) Sabendo que Esmeralda acertou as divisões, determine o dividendo e o divisor da conta da direita.

Exercício 7 (Questão 14 – Prova da 1ª Fase da OBMEP – Nível 3 – 2007):

Quantos são os números inteiros p tais que $50^3 < 5^p < 50^4$?

Exercício 8 (Questão 12 – Prova da 1ª Fase da OBMEP – Nível 3 – 2014):

O símbolo $n!$ é usado para representar o produto dos números naturais de 1 a n , isto é, $n! = n \cdot (n - 1) \cdots 2 \cdot 1$. Por exemplo, $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$. Se $n! = 2^{15} \cdot 3^6 \cdot 5^3 \cdot 7^2 \cdot 11 \cdot 13$, qual é o valor de n ?

Exercício 9 (Questão 18 – Prova da 1ª Fase da OBMEP – Nível 3 – 2015):

Três amigas foram a uma livraria com seus namorados. Coincidentemente, cada pessoa pagou, por livro, um preço em reais igual à quantidade de livros que comprou. Além disso, cada mulher gastou 32 reais a mais que seu respectivo namorado. Ao final das compras, as mulheres compraram, ao todo, oito livros a mais que os homens. Quantos livros foram comprados no total?

Exercício 10 (Questão 15 – Banco de Questões da OBMEP – Nível 3 – 2010):

Qual é o menor número inteiro positivo N tal que $\frac{N}{3}, \frac{N}{4}, \frac{N}{5}, \frac{N}{6}$ e $\frac{N}{7}$ sejam todos números inteiros?

Exercício 11 (Questão 83 – Banco de Questões da OBMEP – Nível 3 – 2010):

Quais números naturais m e n satisfazem a equação $2^n + 1 = m^2$?

Exercício 12 (Questão 4 – Banco de Questões da OBMEP – Nível 3 – 2017):

Neste problema, iremos estudar quantos fatores 2 aparecem na fatoração em primos de números da forma $5^{2^n} - 1$.

- a) Sejam x e y dois números inteiros ímpares. Prove que $x^2 + y^2$ possui exatamente um fator 2 em sua fatoração em primos.
- b) Usando a fatoração $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$, determine quantos fatores 2 o número $5^4 - 1$ possui.
- c) O número $N = 5^{2^{2017}} - 1$ possui quantos fatores 2?
- d) Sabendo que o número 5^{2^0} possui 14 algarismos, prove que $5^{2^{18}+2^0}$ possui 6 zeros consecutivos em sua representação decimal.