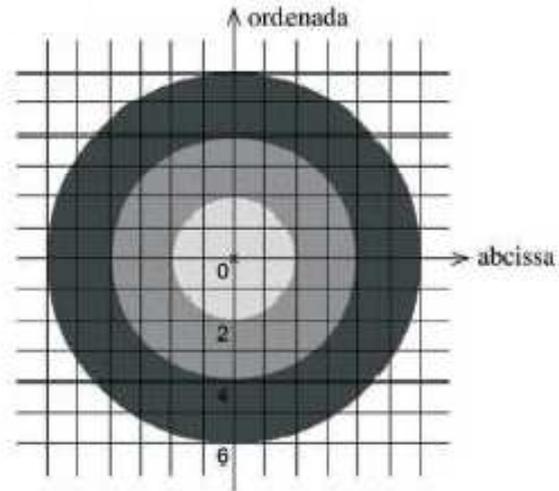


Exercício 1 (Questão 25 – Banco de Questões da OBMEP – Nível 3 – 2010):

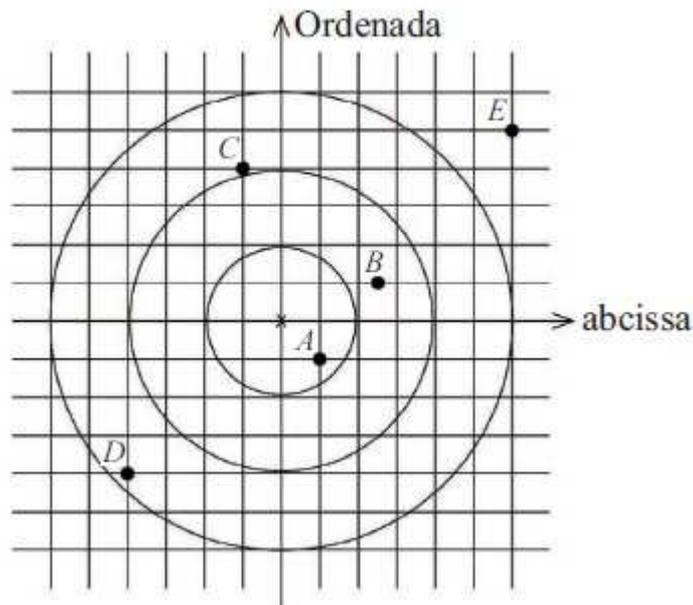
Manoel testa sua pontaria lançando cinco flechas que atingiram o alvo nos pontos A, B, C, D e E , de coordenadas $A = (1, -1), B = (2, 5), C = (-1, 4), D = (-4, -4)$ e $E = (6, 5)$. A tabela mostra quantos pontos se ganha quando a flecha acerta um ponto dentro de cada uma das três regiões, conforme mostra a figura.

×	1000 pontos
■	300 pontos
■	100 pontos
■	50 pontos



- a) Marque os pontos A, B, C, D e E .

Os cinco pontos dados estão marcados na figura.



- b) Quantas flechas ele acertou no interior do menor círculo?

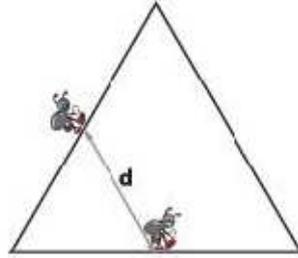
No círculo menor temos apenas o ponto A , portanto Manoel acertou apenas uma vez neste círculo, o que lhe dá 300 pontos.

- c) Ao todo, quantos pontos Manoel fez?

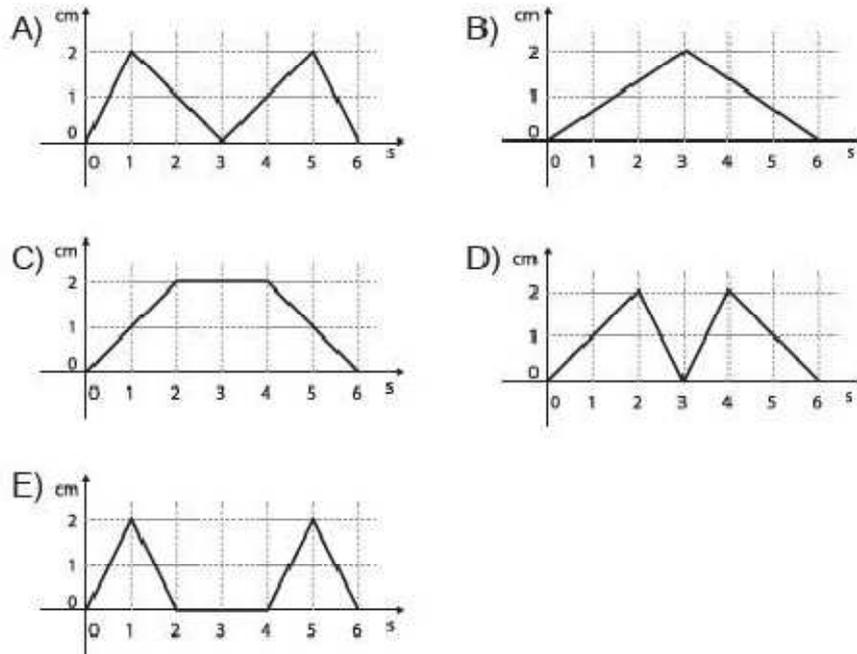
Para calcular o total de pontos, observe que pelo ponto B ele ganha 100 pontos, por C ele ganha 50 pontos e, por D , 50 pontos. Entretanto, pelo ponto E , ele não ganha pontos, porque está fora da zona de pontuação. Logo, o número total de pontos que Manoel fez é $300 + 100 + 50 + 50 = 500$.

Exercício 2 (Questão 12 – Prova da 1ª Fase da OBMEP – Nível 3 – 2013):

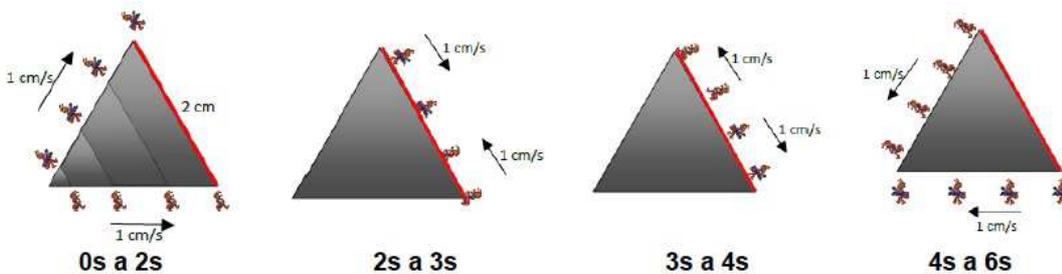
Duas formiguinhas partiram ao mesmo tempo e em direções diferentes de um mesmo vértice de um triângulo equilátero de lado 2 cm. Elas andaram sobre os lados do triângulo à velocidade de 1 cm/s, até retornar ao vértice inicial.



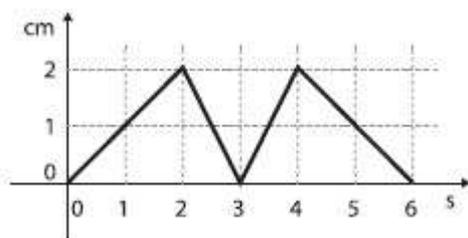
Qual dos gráficos abaixo descreve a distância d entre as duas formiguinhas em função do tempo?



As figuras abaixo mostram as posições relativas das formiguinhas em diferentes intervalos de tempo de 0s a 6s.



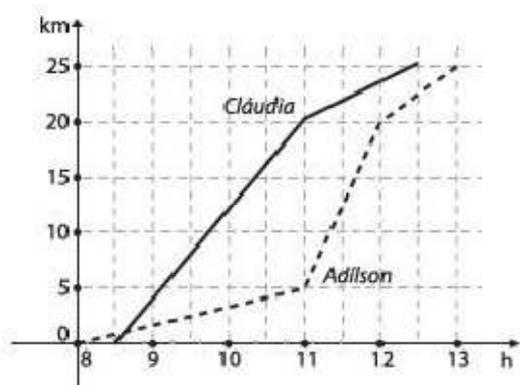
- Na primeira figura, observamos que em qualquer instante o ponto de partida e as formiguinhas formam um triângulo equilátero; desse modo, de 0s a 2s, a distância entre as formiguinhas é igual à distância percorrida, ou seja, varia em 1cm/s.
- Na segunda figura, vemos que as formiguinhas andam uma em direção à outra e que a distância entre elas decresce em 2cm/s; desse modo, elas vão se encontrar no ponto médio do lado do triângulo no instante 3s.
- Na terceira figura elas já estão se afastando à velocidade de 2cm/s.
- Na quarta figura elas estão retornando ao ponto de partida e, de modo análogo à primeira figura, a distância entre elas decresce em 1cm/s.



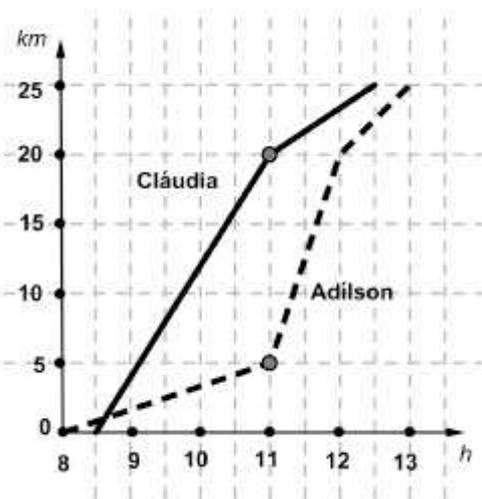
Logo, o gráfico que melhor representa a distância entre as duas formigas em função do tempo é o da alternativa (D).

Exercício 3 (Questão 15 – Prova da 1ª Fase da OBMEP – Nível 3 – 2013):

Em um mesmo dia, Cláudia partiu de Quixajuba para Pirajuba, enquanto Adílson partiu de Pirajuba para Quixajuba. O gráfico mostra a distância de cada um deles ao respectivo ponto de partida durante todo o trajeto, em função do tempo. A que horas eles se encontraram na estrada?



Observamos no gráfico que a distância total percorrida por Cláudia, e por Adilson, é de 25 km (Cláudia em 4 horas e Adilson em 5 horas). Logo, para determinar o horário do encontro entre eles, devemos determinar em que momento a soma das distâncias percorridas é igual a 25 km. Os pontos assinalados no gráfico mostram que às 11 horas Cláudia e Adílson haviam percorrido, respectivamente, 20 km e 5 km; logo, foi nesse horário que eles se encontraram.



Exercício 4 (Questão 104 – Banco de Questões da OBMEP – Nível 3 – 2010):

Uma companhia tem um lucro de 6% nos primeiros R\$1000,00 reais de venda diária e de 5% em todas as vendas que excedam R\$1000,00 reais, nesse mesmo dia. Qual é o lucro dessa companhia, em reais, num dia em que as vendas alcançam R\$6000,00 reais?

Nos primeiros R\$ 1 000,00, a companhia tem lucro de $1\ 000 \times 6\% = 60$ reais e, para os R\$ 5 000,00 restantes, tem lucro de $5\ 000 \times 5\% = 250$ reais. Logo, o lucro da companhia nesse dia é de R\$ 310,00.

Exercício 5 (Questão 10 – Prova da 1ª Fase da OBMEP – Nível 3 – 2006):

Um trabalho de Matemática tem 30 questões de Aritmética e 50 de Geometria. Júlia acertou 70% das questões de Aritmética e 80% do total de questões. Qual o percentual das questões de Geometria que ela acertou?

O número de questões de Aritmética que Júlia acertou foi 70% de $30 = \frac{70}{100} \times 30 = 21$. Por outro lado, o total de questões que ela acertou foi 80% de $(30 + 50) = \frac{80}{100} \times 80 = 64$. Assim, Júlia acertou $64 - 21 = 43$ das 50 questões de Geometria. Logo o percentual de acertos em Geometria foi de $\frac{43}{50} = \frac{86}{100} = 86\%$.

Exercício 6 (Questão 4 – Prova da 1ª Fase da OBMEP – Nível 3 – 2014):

Guilherme precisa chegar em 5 minutos ao aeroporto, que fica a 5 km de sua casa. Se nos 2 primeiros minutos seu carro andar a uma velocidade média de 90 km/h, qual é a menor velocidade média que ele terá que desenvolver nos próximos 3 minutos para não chegar atrasado ao aeroporto?

Nos dois primeiros minutos, o carro andou a $90 \frac{km}{h} = \frac{90km}{60\ min} = 1,5 \frac{km}{min}$, ou seja, Guilherme andou, nos primeiros 2 minutos, $2 \times 1,5 = 3\ km$. Falta percorrer $5 - 3 = 2\ km$ no tempo de 3 minutos. A velocidade suficiente para isto é

$$\frac{2\ km}{3\ min} = \frac{2\ km}{3\ min \cdot \frac{1}{60}\ h/min} = \frac{\frac{2}{1}\ km}{h} = 40km/h$$

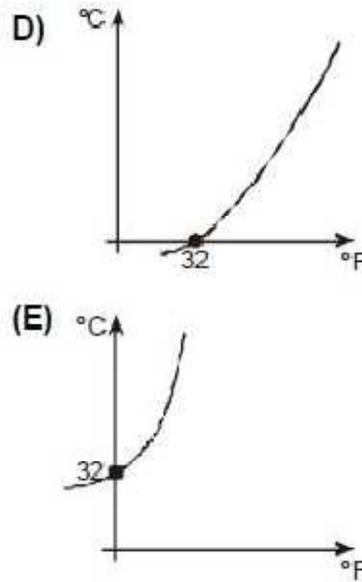
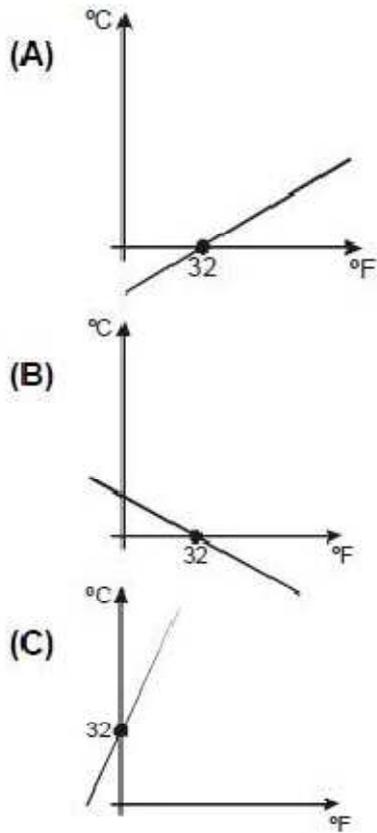
Exercício 7 (Questão 1 – Prova da 1ª Fase da OBMEP – Nível 3 – 2013):

O pai de Carolina mediu o comprimento da mesa da sala com sua mão e contou 8 palmos. Ela também mediu a mesa do mesmo modo e contou 11 palmos. Qual é o tamanho do palmo de Carolina, se o palmo de seu pai mede 22 centímetros?

O comprimento da mesa é $8 \times 22 = 76$ centímetros; logo, o palmo de Carolina mede $\frac{176}{11} = 16$ centímetros.

Exercício 8 (Questão 10 – Prova da 1ª Fase da OBMEP – Nível 3 – 2005):

No Brasil, usa-se a escala *Celsius* para medir temperaturas e, em outros países, usa-se a escala *Fahrenheit*. Para converter uma temperatura da escala *Fahrenheit* para a *Celsius*, subtrai-se 32 do valor da temperatura em graus *Fahrenheit* e multiplica-se o resultado por $\frac{5}{9}$. Qual dos gráficos representa a relação entre as medidas de uma mesma temperatura em graus *Fahrenheit* (indicados por °F) e em graus *Celsius* (indicados por °C)?



De acordo com o enunciado, a expressão que fornece a temperatura *Celsius* ($^{\circ}\text{C}$) em função da temperatura *Fahrenheit* ($^{\circ}\text{F}$) é $C = \frac{5}{9} (F - 32)$ (*). Essa expressão é da forma $C = aF + b$, onde $a = \frac{5}{9}$ e $b = -\frac{160}{9}$. Logo, seu gráfico é uma reta, excluindo assim as opções (D) e (E). Esta reta corta o eixo $^{\circ}\text{F}$ no ponto de ordenada $C = 0$, o que acontece quando $F = 32$, de acordo com a expressão (*). Isto elimina a opção (C). Além disso, como $a = \frac{5}{9} > 0$, a inclinação da reta é positiva, o que elimina a opção (B). Dessa forma, a resposta é a opção (A).