

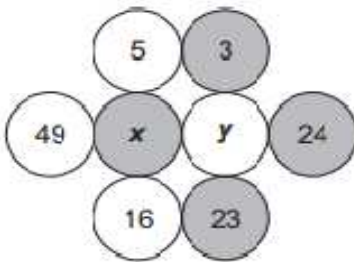
**Exercício 5 (Questão 2 – Prova da 1ª Fase da OBMEP – Nível 3 – 2017):**

Se  $a - b = 1$  e  $ab = 1$ , qual é o valor de  $a^2 + b^2$  ?

Como  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$  e como, pelo enunciado,  $a - b = 1$  e  $ab = 1$ , então  $1 = 1^2 = a^2 - 2 \cdot 1 + b^2$  e, logo,  $a^2 + b^2 = 3$ .

**Exercício 6 (Questão 7 (modificada) – Prova da 1ª Fase da OBMEP – Nível 3 – 2010):**

Na figura,  $x$  é a média aritmética dos números que estão nos quatro círculos claros e  $y$  é a média aritmética dos números que estão nos quatro círculos escuros. Quais são os valores de  $x$  e  $y$  ?

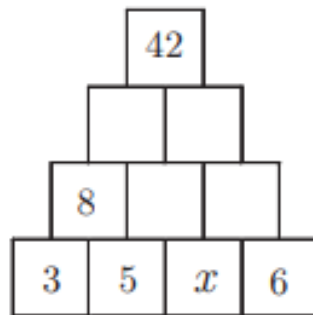


Temos  $x = \frac{5+49+16+y}{4} = \frac{70+y}{4}$  e  $y = \frac{3+24+23+x}{4} = \frac{50+x}{4}$ . Logo,  $4x - y = 70$  e  $4y - x = 50$ .

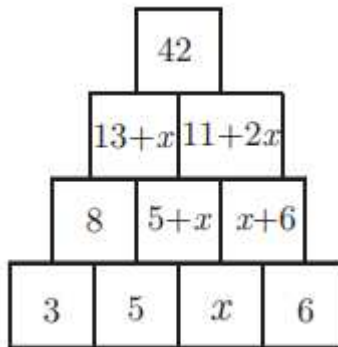
Resolvendo o sistema formado por essas duas últimas equações, obtém-se  $x = 22$  e  $y = 18$ .

**Exercício 7: (Questão 39 – Banco de Questões 2010 – Nível 3)**

Na figura, o número 8 foi obtido somando-se os dois números diretamente abaixo de sua casa. Fazendo-se o mesmo para preencher as casas em branco, obtém-se o 42 na casa indicada. Qual é o valor de  $X$  ?



Usando a regra dada, preenchemos as casas vazias a partir da segunda linha a contar de baixo e obtemos a figura abaixo. Logo,  $(13 + x) + (11 + 2x) = 42$ . Resolvendo essa equação, obtemos  $x = 6$ .



**Exercício 8 (Questão 76 – Banco de Questões 2010 – Nível 3):**

Seja  $x > 0$ ,  $y > 0$ ,  $x > y$  e  $z \neq 0$ , encontre a única desigualdade falsa dentre as desigualdades abaixo.

- A)  $x + z > y + z$
- B)  $x - z > y - z$
- C)  $xz > yx$
- D)  $\frac{x}{z^e} > \frac{y}{z^2}$
- E)  $xz^2 > yz^2$

Nessa questão usaremos as propriedades de desigualdades seguintes. Podemos somar o mesmo número a ambos os membros de uma desigualdade sem alterar seu sentido. Podemos multiplicar ambos os membros de uma desigualdade por um número positivo sem alterar seu sentido. Assim, se  $x > y$ , então  $x + z > y + z$  (somando  $z$  qualquer a ambos os membros) e  $xz > yz$  (multiplicando por  $z > 0$  em ambos os membros) Logo, (A) e (B) estão corretas, pois foi somado  $z$  e  $-z$  a ambos os membros, bem como (D) e (E), pois ambos os membros foram multiplicados por  $\frac{1}{z^2}$  e  $z^2$ , ambos positivos, já que  $z \neq 0$ . A opção (C) é falsa, porque  $z$  pode ser negativo. Por exemplo, se  $x = 5$ ,  $y = 3$  e  $z = -2$ , temos  $5 > 3$  e, no entanto,  $xz = 5 \cdot (-2) = -10 < -6 = 3 \cdot (-2) = yz$ .